

การวิเคราะห์เนื้อหาที่ยากของข้อสอบวัดความสามารถวิชาคณิตศาสตร์ จากการตอบข้อสอบของโครงการคัดเลือกทุน

An Analysis of Difficult Math Content in a Scholarship Examination

สุทธิวรรณ พิศักดีโสภณ¹
Suthiwan Pirasaksopon¹

บทคัดย่อ

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสะท้อนผลการวิเคราะห์ข้อสอบเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ไปสู่กระบวนการจัดการเรียนการสอน โดยพิจารณาจากค่าความยากของการตอบข้อสอบของนักเรียนที่เข้าสอบโครงการคัดเลือกทุนเพื่อศึกษาต่อระดับปริญญาตรี จำนวนสองครั้ง จากกลุ่มนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายทั่วประเทศจำนวน 17,869 และ 15,774 คน ตามลำดับ แบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ที่ใช้ทดสอบสร้างขึ้นตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่ครอบคลุมเนื้อหาที่ได้เรียนแล้ว เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบจำนวนห้าตัวเลือก จำนวนสองฉบับ ๆ ละ 40 ข้อ จำนวนข้อที่มีความยากและอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้คิดเป็นร้อยละ 85 มีค่าความเชื่อมั่น .7965 และ .8953 ตามลำดับ ผลการวิเคราะห์ค่าความยากของข้อสอบ พบว่าข้อสอบที่มีความยากไม่เกิน .30 มีจำนวนทั้งหมด 24 ข้อ จากข้อสอบทั้งหมด 80 ข้อ ข้อสอบเกี่ยวกับเรื่องการเรียงสับเปลี่ยนเป็นเรื่องที่มีผู้ตอบถูกน้อยที่สุด สำหรับเนื้อหาเรื่อง ลำดับและอนุกรม การอ้างเหตุผล เซต ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มีจำนวนข้อที่ยากเป็นจำนวนมากกว่าเนื้อหาอื่น

คำสำคัญ: การวิเคราะห์ข้อสอบ การวิเคราะห์ข้อสอบคณิตศาสตร์ การสอบคัดเลือกทุน

Abstract

The purpose of this study was to put the result of mathematic item analysis into practice in classroom teaching. The researcher analyzed difficult of math contents in two scholarship examinations for undergraduate studies. The tests were held two times with 17,869 and 15,774 high school students who are taking the examinations. Respectively the math examinations were constructed according to the basic education core curriculum for high school mathematics. The contents in curriculum were well covered in the examinations. There were

¹ สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ

¹ Educational and Psychological Test Bureau, Srinakharinwirot University



40 questions with five choices in each test. the 85% of the items reached the quality of difficulty and discriminated index with .7965 and .8953 reliability. The result of difficulty item found that 24 of 80 test items were not difficult with not over .30 of difficulty index. Moreover, the permutation content was the most difficult. The series and sequence, logic, set, relation and function contents had more difficult items than other contents.

Keywords: Item analysis, Mathematic item analysis, Scholarship examination

บทนำ

การตรวจสอบคุณภาพของข้อสอบ มีประโยชน์เป็นอย่างยิ่งที่จะช่วยทำให้ทราบว่าข้อสอบเหล่านั้นยากหรือง่ายเกินไปสำหรับนักเรียนกลุ่มที่เรากำลังทำการทดสอบ และหากนำผลมาพิจารณาแล้วจะช่วยสะท้อนถึงการเรียนการสอน ความสามารถของผู้เรียนว่าสิ่งที่ครูได้สอนไปหรือนักเรียนได้เรียนรู้ไปแล้วนั้น นักเรียนมีความสามารถระดับใด เก่งอ่อนอย่างไร หรือรู้ไม่รู้ในเรื่องใดมากน้อยเพียงใด

ค่าความยากของข้อสอบ (difficulty index: p) เป็นร้อยละของการตอบข้อสอบข้อนั้น ๆ ถูก (Cunningham, 1986: 157) ถ้าข้อสอบมีเปอร์เซ็นต์ของการตอบถูกต่ำแสดงว่าข้อสอบยาก และถ้าข้อสอบมีเปอร์เซ็นต์ของการตอบถูกสูงแสดงว่าข้อสอบง่าย ในการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากอยู่ในเกณฑ์ใช้ได้จะคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ .20 ถึง .80 การพิจารณาคัดเลือกข้อสอบที่ดีนอกจากจะพิจารณาค่าความยากแล้วยังต้องพิจารณาค่าอำนาจจำแนก (discrimination index: r) อีกด้วย ซึ่งค่าอำนาจจำแนกเป็นดัชนีที่บ่งชี้ถึงความแตกต่างระหว่างสัดส่วนของคนกลุ่มเก่งที่ตอบข้อสอบถูกกับสัดส่วนของคนกลุ่มต่ำที่ตอบข้อสอบถูก (<https://www.msu.edu/dept/soweb/itanhand.html>) ข้อสอบที่มีค่าอำนาจจำแนกดีเป็นข้อสอบที่คนในกลุ่มเก่งตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกมากกว่าคนใน

กลุ่มอ่อน ข้อที่มีค่า r ตั้งแต่ .20 ขึ้นไปเป็นข้อสอบที่ใช้ได้ ดังนั้น ในการคัดเลือกข้อสอบที่มีคุณภาพต้องพิจารณาทั้งค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกที่อยู่ในเกณฑ์ใช้ได้

การวิเคราะห์ข้อสอบมีแนวคิดทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์สองแนวคิด คือ การวิเคราะห์ข้อสอบตามทฤษฎีการทดสอบแบบมาตรฐานเดิม ซึ่งทฤษฎีนี้กล่าวว่าจะแทนที่ได้จากการทดสอบประกอบด้วยคะแนนสองส่วนคือคะแนนจริง (true score) และคะแนนความคลาดเคลื่อน (error score) (Allen and Yen, 1979: 57) สำหรับการวิเคราะห์ตามทฤษฎีการตอบข้อสอบ (item response theory) เป็นทฤษฎีที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างลักษณะหรือความสามารถที่มีอยู่ในตัวบุคคลกับพฤติกรรมการตอบข้อสอบของบุคคลนั้น โดยมีความเชื่อว่าพฤติกรรมการตอบข้อสอบของบุคคลจะถูกกำหนดโดยลักษณะหรือความสามารถที่มีอยู่ภายในตัวบุคคลซึ่งไม่สามารถสังเกตได้ (Lord and Novick, 1968: 358) การวิเคราะห์ข้อสอบตามทฤษฎีการตอบข้อสอบมีข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญ ได้แก่ ความเป็นมิติเดียวของข้อสอบ (unidimensional) ความเป็นอิสระในการตอบ (local independence) และโค้งลักษณะข้อสอบ (Item Characteristic Curve) ซึ่งเป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโอกาสในการตอบข้อสอบข้อนั้นถูกกับระดับความสามารถของผู้สอบ (Hambleton & Swaminathan, 1985: 16 - 30) ในการคำนวณ



ตามทฤษฎีหากไม่มีโปรแกรมช่วยในการคำนวณจะเป็นไปค่อนข้างลำบากเพราะมีความซับซ้อนและใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง

การวิเคราะห์หาคุณภาพของข้อสอบส่วนใหญ่มักจะสรุปผลว่าข้อสอบนั้นมีค่าความยากหรือค่าอำนาจจำแนกใช้ได้หรือไม่ และสมควรจะคัดเลือกข้อสอบเข้าไว้ในคลังข้อสอบหรือจะตัดทิ้งไปหรือจะทำการปรับปรุงข้อสอบข้อนั้นให้มีคุณภาพดีขึ้น การดำเนินการเช่นนี้เป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาคลังข้อสอบเพียงอย่างเดียว ครูผู้สอนไม่สามารถพัฒนาหรือปรับปรุงการเรียนการสอนได้เลยหากไม่สะท้อนผลการวิเคราะห์เหล่านี้และแจ้งกลับไปเพื่อให้ครูผู้สอนได้ทราบ ดังนั้นการใช้ผลจากการวิเคราะห์ข้อสอบจึงเป็นประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับครูผู้สอน ที่จะทำให้ทราบว่า นักเรียนยังไม่รู้หรือยังไม่เข้าใจในเนื้อหาประเด็นใดมากน้อยอย่างไร

ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่สำคัญเพราะเป็นวิชาพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องนำไปประยุกต์ใช้ในระดับการศึกษาขั้นสูงขึ้นไปว่าเนื้อหาใดเป็นเนื้อหาที่ยากที่นักเรียนตอบถูกเป็นจำนวนน้อย เพื่อครูผู้สอนจะได้วางแผนพัฒนาการเรียนการสอนต่อไป โดยใช้ผลการตอบจากนักเรียนที่สมัครสอบโครงการคัดเลือกทุนเรียนดีเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรี และวิเคราะห์ข้อสอบโดยใช้แนวคิดการทดสอบแบบมาตรฐานเดิม

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาคั้งนี้เป็นผู้ที่สมัครที่เข้าสอบโครงการสอบคัดเลือกทุนประจำปีการศึกษา 2556 รุ่นที่ 4 ครั้งที่ 1 และ 2 จำนวน 17,869 และ 15,774 คน ตามลำดับ

เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาคั้งนี้เป็น

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์สร้างตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำนวนสองฉบับ ๆ ละ 40 ข้อ มีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบ จำนวนห้าตัวเลือก ซึ่งมีกระบวนการสร้างที่เป็นระบบ โดยการคัดเลือกผู้ที่มีประสบการณ์และเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์มากกว่า 25 ปี มาร่วมกันกำหนดกรอบในการออกข้อสอบเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาที่ผู้สมัครสอบได้เรียนไปแล้ว ข้อสอบที่ออกจะวัดความสามารถในการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ ตรวจสอบความเที่ยงตรงของเนื้อหาโดยการวิพากษ์และปรับปรุงข้อสอบให้มีความชัดเจนทั้งตัวคำถามและตัวเลือก แล้วนำไปทดสอบกับผู้สมัครที่เข้าร่วมโครงการซึ่งเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย ทั่วประเทศปีการศึกษา 2556 คะแนนเฉลี่ย 14.3713 และ 17.4493 คิดเป็นร้อยละ 36 และ 44 ตามลำดับ สัมประสิทธิ์การกระจาย .4231 และ .4832 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ .7965 และ .8953 ตามลำดับ

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยทำการตรวจข้อสอบและวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายตัวเลือกของการสอบแต่ละครั้ง ได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและอำนาจจำแนกอยู่ในเกณฑ์ใช้ได้ร้อยละ 85 ของจำนวนทั้งหมด แล้วนำผลการวิเคราะห์ค่าความยาก (p) ซึ่งเป็นค่าที่ทำให้ทราบว่ามีผู้ตอบอยู่ร้อยละเท่าใดที่ตอบคำถามข้อนั้นได้ ถ้าค่า p ยิ่งสูงข้อสอบจะยิ่งง่าย ถ้าค่า p ยิ่งต่ำข้อสอบจะยิ่งยาก ในการนำเสนอเนื้อเรื่องที่ยากจากโครงการสอบคัดเลือกทุนครั้งนี้จะพิจารณาจากข้อสอบที่มีความยากไม่เกินร้อยละ 30 นอกจากนี้ค่าอำนาจจำแนก (r) ยังเป็นค่าที่ทำให้ทราบถึงสัดส่วนในการตอบถูกของคนในกลุ่ม



เก่งและอ่อน ถ้าค่า r ติดลบ แสดงว่าสัดส่วนของการตอบถูกของคนในกลุ่มอ่อนมีมากกว่าคนในกลุ่มเก่ง ซึ่งเป็นเรื่องที่ครูผู้สอนจะต้องรีบทำการค้นหาคำว่าเป็นเพราะเหตุใด

จากผลการวิเคราะห์ข้อสอบเพื่อสะท้อนถึงความยากของเนื้อหาครั้งนี้ พบว่า แบบทดสอบคณิตศาสตร์จำนวนสองฉบับทั้งหมด 80 ข้อที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ มีข้อสอบที่มีค่าความยากไม่ถึงร้อยละ 20 จำนวน 5 ข้อ และที่มีค่าความยากตั้งแต่ร้อยละ 20 แต่ไม่เกินร้อยละ 30 จำนวน 19 ข้อ และเป็นข้อที่มีค่าอำนาจจำแนกติดลบเพียง 2 ข้อ เนื้อหาที่มีความยากดังกล่าวได้แก่ วิธีเรียงสับเปลี่ยน การอ้างเหตุผล เซต ความสัมพันธ์ ลำดับและอนุกรม ความน่าจะเป็น และระบบจำนวนจริง

ลักษณะคำถามแต่ละเนื้อหาที่เป็นข้อสอบยาก มีดังนี้

การเรียงสับเปลี่ยน ลักษณะคำถามที่ทำให้นักเรียนตอบถูกไม่ถึงร้อยละสิบ ลักษณะโจทย์ข้อนี้ให้ผู้ตอบหาวิธีการยืมของคนสองกลุ่มคือกลุ่ม A และ B แต่ละกลุ่มมีจำนวนไม่เท่ากันโดยมีเงื่อนไขว่าให้คนกลุ่ม A ยืมอยู่ริมด้านใดด้านหนึ่งเพียงด้านเดียว แล้วจะมีวิธีการยืมได้ทั้งหมดกี่วิธี

เช่น A1 A2 A3 B1 B2 B3 B4 มีคนกลุ่ม A จำนวน 3 คน กลุ่ม B จำนวน 4 คนนำคนทั้งหมดมายืนเรียงแถวหน้ากระดาน ถ้าต้องการให้ริมด้านใดด้านหนึ่งเพียงด้านเดียวเป็นนักเรียนกลุ่ม B แล้วจะมีวิธีการยืมทั้งหมดกี่วิธี

เซตและความสัมพันธ์ ข้อสอบเรื่องนี้เป็นทำให้หาคำตอบเกี่ยวกับการปฏิบัติการของเซต ซึ่งโจทย์ไม่ได้กำหนดเซตแบบแจกแจงสมาชิกให้ แต่กำหนดเซตให้แบบมีเงื่อนไขที่นักเรียนต้องมีความรู้ความสามารถในการแก้สมการ อสมการเพื่อหาคำตอบอันจะได้มาซึ่งสมาชิกของเซตนั้นให้ได้ก่อน แล้วจึงจะนำไปหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ได้ การที่นักเรียนตอบคำถามลักษณะนี้ได้น้อยนั้นแสดงว่าความรู้ความเข้าใจในหลักการแก้สมการ อสมการ ยังมีพื้นฐานไม่ดีพอ

ตัวอย่าง

$$r_1 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = x^2 - 6x + 6\}$$
$$r_2 = \{(x, y) \in R \times R \mid y = \sqrt{2x - 6}\}$$

ถ้า A เป็นโดเมนของ r_1 และ B เป็นเรนจ์ของ r_2 แล้วผลบวกของจำนวนเต็มที่เป็นสมาชิกของ A - B เท่ากับเท่าใด

การอ้างเหตุผล ลักษณะของโจทย์จะกำหนดข้อความที่เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัยมาให้จำนวนหนึ่ง แล้วพิจารณาว่าผลที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ ลักษณะโจทย์กำหนดเหตุย่อยมาให้อย่างน้อยสองเหตุ แล้วสรุปเป็นผลมาให้ ผู้ตอบต้องพิจารณาว่าการให้เหตุและผลที่กำหนดมาให้นั้นสมเหตุสมผลหรือไม่ การตอบโจทย์ลักษณะนี้เป็นทำให้ให้นักเรียนรู้จักการใช้เหตุและผล

ตัวอย่าง

การให้เหตุผล 1 เหตุ 1) นักเรียนที่นิสัยดี บางคน เป็นคนเรียนเก่ง 2) นักเรียนที่ขยันทุกคน เป็นคนเรียนเก่ง ผล นักเรียนที่ขยันบางคนนิสัยดี	การให้เหตุผล 2 เหตุ 1) ถ้าคนที่สอบตกแล้วต้องไปเรียนภาษาอังกฤษเพิ่มเติม 2) ถ้าคนที่ได้เรียนภาษาอังกฤษเพิ่มเติมแล้วต้องเรียนเอกภาษาอังกฤษ ผล ถ้าคนที่สอบผ่านแล้วต้องเรียนเอกภาษาอังกฤษ
--	--

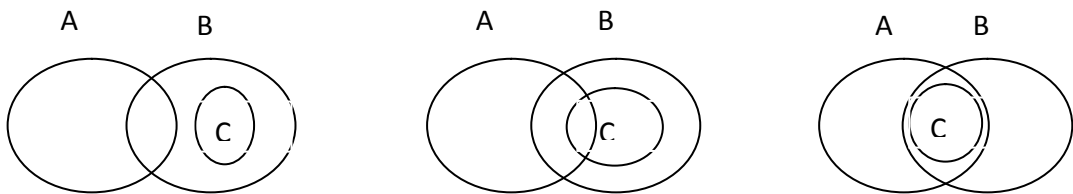


จากการให้เหตุผล 1 และ 2 สมเหตุสมผลหรือไม่

นักเรียนส่วนใหญ่ตอบโจทย์ลักษณะนี้ได้เป็นจำนวนน้อย ซึ่งปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการตอบโจทย์ลักษณะนี้อาจได้แก่ความสามารถเกี่ยวกับภาษา และควรต้องใช้เรื่องเซตเข้ามาช่วย

ในการทำโจทย์ลักษณะนี้ โดยการเขียนแผนภาพที่ เช่น การให้เหตุผล 1 ดังนี้

จากเหตุ 1) และ 2) พิจารณาแล้วมีอยู่ 3 เซต คือ เซตของคนที่มีนิสัยดี (A) เซตของคนที่ยื่นเก่ง (B) และเซตของคนที่ยื่น (C) เขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพที่ได้ จึงไม่สามารถสรุปผลได้ว่า นักเรียนที่ยื่นบางคนนิสัยดี เช่นแผนภาพแรก

ลำดับและอนุกรม เนื้อหาเรื่องนี้ยาก เพราะโจทย์ไม่ได้ถามเกี่ยวกับผลรวมของอนุกรม หรือหาค่าของพจน์อันดับต่าง ๆ โดยตรง แต่มีการประยุกต์นำเรื่องอื่น เช่น เรื่องเซตที่มีการแจกแจงสมาชิกแล้วหาผลบวกของสมาชิกในเซตนั้นภายใต้เงื่อนไขบางอย่างเช่น เรื่องการหารลงตัว หรือถ้าเป็นโจทย์กำหนดผลรวมมาให้ ให้หาพจน์ที่กำหนดให้ หรือกำหนดอนุกรมมาให้ ให้หาผลบวก n พจน์แรก

ตัวอย่าง

ถ้า $A = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ แล้วผลบวกของ A เฉพาะที่หาร 3 ลงตัวมีค่าเท่าใด

โจทย์ข้อนี้ต้องหาสมาชิกของ A ให้ได้ก่อนว่ามีจำนวนใดบ้าง โดยที่สมาชิกเหล่านั้นหารด้วย 3 ลงตัว ก็จะมี 3, 6, 12, 15, ..., 48 แล้วจึงใช้ความรู้เรื่องการหาผลบวกอนุกรมของจำนวนสมาชิกเหล่านี้ ก็จะได้คำตอบที่ต้องการ

(II) กำหนดจำนวนจริง a, b, c โดยที่ $a : b : c = 2 : 5 : 7$ ถ้า $a, b - 1, c$ เป็นลำดับเลขคณิต แล้ว $a - b - c$ มีค่าเท่าใด

โจทย์ข้อนี้ต้องหาลำดับอนุกรมก่อนว่ามีจำนวนอะไรบ้าง โดยขั้นแรกต้องรู้ผลต่างระหว่างเทอมก่อน ซึ่งลำดับเลขคณิตผลต่างระหว่างเทอมจะเท่ากัน โจทย์กำหนดอัตราส่วนของ a, b, c มาให้ ใช้อัตราส่วนของ a, b, c ที่กำหนดให้มาคำนวณหาผลต่าง แล้วจะได้ค่า a, b, c

กำหนดให้ $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2n - 1$ แล้ว a_5 เป็นเท่าใด

โจทย์ข้อนี้ไม่มีอะไรซับซ้อน เพียงแต่หา S_5 และ S_4 ว่ามีค่าเท่าไร แล้วเอา $S_5 - S_4$ ก็จะได้พจน์ที่ต้องการคือ a_5

(IV) จำนวนเต็มทุกจำนวนในช่วง (5, 300] ที่หารด้วย 5 ลงตัวมีกี่พจน์

โจทย์ข้อนี้ให้สมาชิกที่อยู่ในช่วงดังกล่าวคือ 10, 15, 20, ... , 300 เป็นลำดับเลขคณิต $d = 5$



เพราะฉะนั้น

$$300 = 10 + (n - 1) 5 = 5 + 5n$$

$$300 = 5 + 5n$$

$$n = 295/5 = 59$$

(V) การหาผลรวม 10 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต $3 + 6 + 12 + 24 + 48 \dots$ เป็นเท่าใด

โจทย์ข้อนี้ต้องหาอัตราส่วนระหว่างพจน์ $r = 2$ แล้วจึงแทนค่าลงในสูตรผลรวมเรขาคณิต

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

ก็จะได้คำตอบออกมา

ระบบจำนวนจริง เป็นการถามจำนวนตรรกยะและอตรรกยะที่อยู่ในช่วง (interval) ที่กำหนด การจะตอบโจทย์ลักษณะนี้ได้ นักเรียนต้องรู้จักระบบจำนวนจริงและบทนิยามของจำนวนตรรกยะและอตรรกยะให้ถูกต้อง นักเรียนส่วนใหญ่ที่ตอบผิดเพราะไม่เข้าใจว่าจำนวนใดเป็นจำนวนตรรกยะ จำนวนใดเป็นจำนวนอตรรกยะ

ตัวอย่าง

กำหนดให้ $A = (0, \infty)$, $B = (-\infty, 0]$ หรือ $C = [0, \infty)$ แล้วให้ตอบคำถามว่า มีจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะมากที่สุด น้อยที่สุด ในแต่ละเซตอย่างไร

ฟังก์ชัน ลักษณะโจทย์ กำหนดฟังก์ชันมาให้ เป็นฟังก์ชันพาราโบลา แล้วให้หาจุดสูงสุดและต่ำสุดของฟังก์ชัน นักเรียนต้องรู้วิธีการหาจุดสูงสุดต่ำสุดของฟังก์ชันแต่ละชนิดให้ได้จึงจะตอบคำถามข้อนี้ได้ นอกจากนี้ยังมีการนำความรู้ในเรื่องของ

การคำนวณหาระยะทางระหว่างจุดบนเส้นกราฟกับจุดกำเนิด นักเรียนต้องรู้สูตรการคำนวณหาระยะทางด้วยจึงจะตอบคำถามได้

ตัวอย่าง

กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = |x + 4| - 2$ และ $g(x) = -x^2 + 4x + 1$ และถ้าให้ a, b แทนค่าสูงสุดของฟังก์ชัน $f(x)$ และ $g(x)$ ตามลำดับ แล้วหา $a - b$

หรือ ถ้า ให้ A เป็นจุดวกกลับของพาราโบลา $y = x^2 - 8x + 15$ และ O เป็นจุดกำเนิด แล้วระยะห่างระหว่างจุด O และจุด A เท่ากับกี่หน่วย

ตรีโกณมิติ เป็นการให้คำนวณหาค่าของ $\sin \cos \tan$ ที่มีขนาดของมุมต่างๆ การที่จะทำข้อสอบแบบนี้ได้ นักเรียนต้องจำค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมขนาดต่างๆ ได้ หากจำไม่ได้ก็ไม่สามารถตอบคำถามได้ และพบว่าส่วนใหญ่ นักเรียนตอบไม่ได้เพราะจำค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมต่างๆ ไม่ได้

ตัวอย่าง

ให้หาค่าของ

$$\sec 60^\circ \left[\frac{\sin 75^\circ \cdot \sin 50^\circ}{\sec 40^\circ \cdot \sec 65^\circ} \right] \sec 60^\circ$$

ความน่าจะเป็น โจทย์ที่ถามความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ที่ไม่ซับซ้อนและเคยชินจะไม่ยาก แต่ถ้าถามความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีเงื่อนไขเกี่ยวกับการเรียงสับเปลี่ยนหรือเกี่ยวกับเซต นักเรียนมักจะตอบคำถามได้น้อย เช่น ถามความน่าจะเป็นของการนั่งอย่างสุ่มของนักเรียนจำนวนหนึ่งที่ทำให้บางคนนั่งติดกัน หรือถามความน่าจะเป็นที่คนกลุ่มหนึ่งจะชอบหรือมีพฤติกรรม



หรือการกระทำทั้งสองอย่าง หรืออย่างใดอย่างหนึ่ง การจะตอบคำถามได้ไม่ใช่ว่าจะเข้าใจหลักการหาความน่าจะเป็นเพียงอย่างเดียวแล้วนำมาตอบแต่ต้องแม่นยำในเรื่องของเซต การดำเนินการของเซต การเรียงสับเปลี่ยน มาช่วยในการตอบคำถามอีกด้วย

ตัวอย่าง

นักเรียนชาย 4 คน หญิง 3 คน นำมานั่งเรียงแถวยาว โดยจัดให้นั่งอย่างสุ่ม ความน่าจะเป็นที่นักเรียนหญิง 3 คนจะนั่งติดกันเป็นเท่าใด

สรุปผล

การวิเคราะห์เนื้อหาที่ยากวิชาคณิตศาสตร์จากการตอบแบบทดสอบวัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ของโครงการคัดเลือกทุน

ครั้งนี้ พบว่าเนื้อหาที่ทำให้นักเรียนตอบข้อสอบถูกเป็นจำนวนน้อย ส่วนใหญ่จะเป็นข้อสอบที่มีการประยุกต์นำความรู้ของเรื่องหนึ่งมาใช้กับอีกเรื่องหนึ่ง ถ้าความรู้ในเรื่องนั้นไม่ดีพอก็จะไม่สามารถตอบคำถามได้ เช่น การแก้สมการ อสมการ การปฏิบัติการของเซต วิธีเรียงสับเปลี่ยน ต้องนำความรู้ในเรื่องเหล่านั้นไปประยุกต์ใช้กับการตอบคำถามในแง่มุมมองต่างๆ แต่สิ่งหนึ่งที่สำคัญคือ การจำกฎเกณฑ์ สูตร บทนิยามต่างๆ จากผลที่ได้ศึกษาครั้งนี้จะมีประโยชน์ต่อครูผู้สอนเป็นอย่างยิ่ง หากมีการนำผลไปใช้ในการวางแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาผู้เรียนให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของกลุ่มสาระวิชาคณิตศาสตร์ที่หลักสูตรต้องการต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- Allen, Mary J. & Yen, Wendy M. (1979). *Introduction to Measurement Theory*. Belmont California: Brook/Cole Publishing.
- Cunningham, George K. (1986). *Educational and psychological measurement*. New York: Macmillan.
- Hambleton, Ronald K. & Swaminathan, Hariharan. (1985). *Item Response Theory: Principles and Applications*. Boston: Kluwer - Nijhoff Publishing.
- Lord, Federic M. & Novick, Melvin R. (1968). *Statistical Theories of Mental Test Scores*. CA: Addison - Wesley.
- Schreyer Institute Self-Paced Module. *Item Analysis*. Retrived October 4, 2014, from Web site: <http://sites.psu.edu/itemanalysis/difficulty-2/>
- Michigan State University. *Item Analysis*. Retrived October 4, 2014, from Web site: <https://www.msu.edu/dept/soweb/itanhand.html>.