

การวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร

## Diagnosis of Defect and Misconceptions in Mathematics of Grade 11 Students in Schools Under the Jurisdiction of the Office of Higher Education Commission, Bangkok Metropolis on Exponential and Logarithmic Functions

จิตรดา สมี่เพ็ชร<sup>1</sup>, นพพร แหยมแสง<sup>2</sup>, วรนุช แหยมแสง<sup>2</sup>  
Jitrada Sameepechr<sup>1</sup>, Noporn Yamsang<sup>2</sup>, Woranuch Yamsang<sup>2</sup>

### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และ 2) เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งผ่านการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 3 โรงเรียนและจำนวน 235 คน โดยวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน

เครื่องมือที่ใช้ในการวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นแบบทดสอบคู่ขนานแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และแสดงเหตุผลในการเลือกตอบจำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 18 ข้อ ซึ่งมีการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบคู่ขนาน ดังนี้ หาค่าความสอดคล้องของแบบทดสอบคู่ขนานด้วยการวิเคราะห์ค่าไคสแควร์ ( $X^2$ ) วิเคราะห์ค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับพบว่า ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคู่ขนานฉบับที่ 1 คือ 0.811 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

<sup>1</sup> โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

<sup>2</sup> คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยรามคำแหง

<sup>1</sup> The Demonstration School of Ramkhamhaeng University, Faculty of Education, Ramkhamhaeng University

<sup>2</sup> Faculty of Education, Ramkhamhaeng University



คู่ขนานฉบับที่ 2 คือ 0.823 และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าร้อยละ และค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ผลการวิจัยพบว่า ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนในสังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร มีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้ ข้อผิดพลาดในการใช้บทนิยาม สูตร และสมบัติ พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คิดเป็นร้อยละ 23.625 ข้อผิดพลาดด้านทักษะการสื่อความหมาย พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 28.825 ข้อผิดพลาดในขั้นตอนการดำเนินการ พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคิดเป็นร้อยละ 41.290 ซึ่งเห็นได้ว่านักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม เกิดข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุด คือ ข้อผิดพลาดในขั้นตอนการดำเนินการ

**คำสำคัญ:** การวินิจฉัยข้อบกพร่อง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน การวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

## Abstract

The objectives of this thesis is to 1) create diagnostic test defecting mathematical defects and misconceptions of the selected Grade 11 students in the topic of Exponential and Logarithmic functions and 2) diagnose the common mathematical defects and misconceptions of the Grade 11 students in the topic of Exponential and Logarithmic functions.

The participants are 235 Grade 11 students from 3 schools under the jurisdiction of the Office of the Higher Education Commission (OHEC), Bangkok Metropolis (BM). Which was selected by Multi-stage Random Sampling. This research was processed in the second semester of the academic year 2020 through learning about Exponential and Logarithmic Functions.

The research instruments for diagnosis of defects and misconceptions were two copies of four-choice objective parallel tests with a selection of reasons given as answers. Each test consisted of 18 items. The test quality was tested for congruence using Chi-squared ( $\chi^2$ ). Analyzing the difficulty and the classification power of the two tests, it has found that the confidence value of the first parallel test was 0.811 and the confidence of the second parallel test was 0.823. Statistics used to analyze data include an arithmetic mean ( $\bar{X}$ ) and a percentage (%).

The findings address defects and misconceptions of Exponential and Logarithmic functions of the Grade 11 students from school under the OHEC, BM. In the second semester



of the academic year 2020. which were as follows: 1) In regard to error in definition formulas and properties It found that students showed 23.625 percent of defects and misconceptions, 2) Descriptive skills error It found that students were 28.825 percent of students with defects and misconceptions and 3) Error in the operation process It found that students were 41.290 percent of students with defects and misconceptions.

This can be seen as a flaw and misconceptions. Most of the Exponential and Logarithmic functions are errors in the operation process.

**Keywords:** Diagnosis of defect, misconception, diagnosis of defect and misconceptions in mathematics

## บทนำ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560: 1) ทุกคนในสังคมล้วนแต่ต้องเผชิญกับปัญหาต่างๆ และการตัดสินใจต้องอาศัยการคิดการศึกษาและรวบรวมข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล และการใช้ยุทธวิธีต่างๆ โดยอาศัยทักษะพื้นฐานในการคิด

คำนวณ ความคิดและประสบการณ์ ตลอดจนความรู้ที่เคยเรียนและทราบมาก่อน เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาให้ได้มาซึ่งคำตอบที่ต้องการ (สิริพร ทิพย์คง, 2556: 9) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ทั้งในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ต้องอาศัยทักษะพื้นฐานต่างๆ ในการคิดคำนวณ และแก้ปัญหาจึงทำให้ผู้เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์ ที่จำเป็นต้องเรียนเนื้อหาในสาระจำนวนและพีชคณิต เนื่องจากสาระจำนวนและพีชคณิตผู้เรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่มีความสำคัญมากอีกเนื้อหาหนึ่งในสาระจำนวนและพีชคณิต เพราะเป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาต่อในระดับอุดมศึกษาในด้านวิทยาศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560: 31) จะเห็นว่าในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น ความยากของระดับเนื้อหาที่จะสูงขึ้นเช่นกัน ดังนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งผู้สอนและผู้เรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่่องแท้ ที่จะทำให้ผู้สอนสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์



ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่าผู้สอนจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าผู้สอนขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอนในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับผู้เรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้ (อัมพร ม้าคะนอง, 2558: 17)

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องการให้นักเรียนได้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทักษะการคิดคำนวณ หลักการ กฎ สูตร และการแก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญมากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ยิ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมมากขึ้น และยากที่จะสอนให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย ดังนั้นครูที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง โดยมีความเข้าใจในเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่สอนอย่างลึกซึ้งก็สามารถจัดการเรียนการสอนเพื่อถ่ายทอดความรู้ให้กับนักเรียน ทำให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาสาระนั้นได้ง่ายและถูกต้อง สามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในการแก้ไขปัญหาต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ (สิริพร ทิพย์คง, 2558: 6)

จากผลการศึกษาข้างต้น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนและข้อบกพร่องทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ มีความสำคัญอย่างยิ่งสำหรับครูผู้สอน เพราะสามารถนำมาเป็นข้อวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ และอีกทั้งสามารถนำมาปรับปรุงความบกพร่องในการจัดการเรียนการสอนของครูผู้สอนได้เช่นเดียวกัน บราวน์ (Brown, 1992: 17-34) กล่าวว่า มโนทัศน์พื้นฐานที่คลาดเคลื่อนจะทำให้มีปัญหาในการเรียนรู้ และการทำความเข้าใจใน

มโนทัศน์ที่สูงขึ้น ฉะนั้นหากผู้เรียนมีมโนทัศน์เดิมคลาดเคลื่อนก็จะส่งผลกระทบต่อการศึกษา การแสดงวิธีทำ และการเรียนรู้ในเนื้อหาที่สูงขึ้นต่อไป

ดังนั้น จากประสบการณ์ในการสอนจริงของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนส่วนมากยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ซึ่งผู้วิจัยสังเกต จากการทำแบบฝึกหัดในห้องเรียน การส่งการบ้าน การตอบคำถามในห้องเรียน ขณะครูผู้สอนตั้งคำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน และการทำแบบทดสอบหลังจากจบหน่วยการเรียนรู้ รวมถึงการนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้กับการเรียนในระดับที่สูงขึ้น จึงทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจและตระหนักถึงความสำคัญในการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม โดยใช้แบบทดสอบคู่ขนานในการวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อค้นหาข้อบกพร่องในเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จากแนวคิดของ อาร์มาน และมาริน (Ahmann & Marin, 1975: 18) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ใช้หลังการจัดการเรียนการสอนเรียบร้อยแล้ว การใช้แบบทดสอบวินิจฉัยนี้ เพื่อค้นหาข้อบกพร่องเฉพาะที่เป็นพื้นฐานของนักเรียนเท่านั้น ซึ่งผู้วิจัยเห็นว่าการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องยังเป็นเครื่องมืออีกอย่างหนึ่งที่สามารถใช้วิเคราะห์ข้อมูลลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องเป็นแบบทดสอบคู่ขนานชนิดปรนัย 4 ตัวเลือกพร้อมกับเขียนเหตุผลในการเลือกตัวเลือกนั้นจำนวน 2 ฉบับ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Stiff & Curcio (1999) ที่กล่าวว่า การให้เหตุผลในคณิตศาสตร์เป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดการแก้

ปัญหาได้สมบรูณ์มากขึ้น นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาและวางแผนการแก้ปัญหาได้ ถ้าปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้น การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญควบคู่กันไป และยังสามารถใช้เพื่อหาแนวทางในการปรับปรุงและแก้ไขการเรียนการสอนในเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

## วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษากรุงเทพมหานคร
2. เพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร

## วิธีดำเนินการวิจัย

### ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งผ่านการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ประกอบด้วย 5 โรงเรียน ดังนี้ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัย

เกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม) จำนวน 772 คน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนในสังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 ซึ่งผ่านการเรียน เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม จำนวน 235 คน โดยวิธีการสุ่มแบบหลายขั้นตอน (Multi-stage Random Sampling) จาก 3 โรงเรียน คือ โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยรามคำแหง (ฝ่ายมัธยม) โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ปทุมวัน และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร (ฝ่ายมัธยม)

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

โดยการสร้างแบบทดสอบเป็นแบบทดสอบคู่ขนานปรนัย ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก และให้เหตุผลในการเลือกตอบ จำนวน 2 ฉบับ ฉบับละ 18 ข้อ ซึ่งแบบทดสอบมีความสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และผ่านการหาคุณภาพของแบบทดสอบ โดยแบบทดสอบคู่ขนานทั้ง 2 ฉบับ มีค่าความยากง่ายอยู่ระหว่าง 0.40 ถึง 0.94 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.54 และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคู่ขนานฉบับ



ที่ 1 คือ 0.811 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ  
คู่ขนานฉบับที่ 2 คือ 0.823

### การเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ที่ผ่านการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือแล้วนำเครื่องมือที่ได้ไปใช้ในการเก็บข้อมูลจริง โดยการนำแบบทดสอบทั้ง 2 ฉบับนี้ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 235 คน

2. ผู้วิจัยนำผลของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละชุด มาเลือกนักเรียนที่ตอบผิด เพื่อสัมภาษณ์การให้เหตุผลของนักเรียนที่ตอบผิดในแต่ละข้อ และทำการวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

### การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม โดยการคำนวณหาค่าร้อยละของแบบทดสอบคู่ขนานที่ได้จากการเก็บข้อมูลจริง ซึ่งจำแนกตามลักษณะของข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน

## ผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่า การวินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา

กรุงเทพมหานคร พบว่า มีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

1. ข้อผิดพลาดในการใช้บทนิยาม สูตรและสมบัติ หมายถึง ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้าน การขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับบทนิยาม สูตร และสมบัติ จดจำบทนิยาม สูตร และสมบัติต่างๆ ผิด เกิดจากความเข้าใจผิดที่ได้จากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ขาดทักษะในการเลือกใช้บทนิยาม สูตร และสมบัติ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้กับข้อมูลที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 23.625

2. ข้อผิดพลาดด้านทักษะการสื่อความหมาย หมายถึง ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้านการสื่อความหมาย เกิดจากการสื่อความหมายจากสมการที่กำหนดให้ โดยการวาดกราฟของสมการนั้นไม่ถูกต้อง หรือการสื่อความหมายจากกราฟที่กำหนดให้โดยการเขียนสมการนั้นไม่ถูกต้อง และการแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบถ้วน ไม่ชัดเจน จึงทำให้นักเรียนที่ได้จากโจทย์มาใช้ไม่ถูกต้อง พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 28.825

3. ข้อผิดพลาดในขั้นตอนการดำเนินการ หมายถึง ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ในด้าน การขาดความเข้าใจในหลักเลขคณิตเบื้องต้น ขาดทักษะในการเรียงลำดับขั้นตอนของการแก้สมการและอสมการ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ ทำผิดคำสั่งและผิดขั้นตอน โดยการหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ พบนักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 41.290



## อภิปรายผล

1. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ในข้อคำถามจากแบบทดสอบคู่ขนาน ข้อ 1, 8, 14 และ 15 ซึ่งตรงกับข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ข้อ 1. ข้อผิดพลาดในการใช้บทนิยาม สูตร และสมบัติ จากนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 235 คน พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 23.625 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เลือกตัวเลือกผิด ในการทำแบบทดสอบให้เหตุผลในการเลือก ดังนี้

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^4$  เพราะเป็นฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล

ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^4$  ไม่เป็นฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล เนื่องจาก ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่เขียนในรูป  $f(x) = a^x$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $\log_4(7+5)$  เพราะมีค่าเท่ากับ  $\log_2 7 + \log_2 5$

ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\log_2 7 + \log_2 5 = \log_2(7 \cdot 5) = \log_2(35)$  เนื่องจากอาศัยสมบัติของลอการิทึม  $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$  เมื่อ  $a, M, N$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $a \neq 1$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $\log_0\left(\frac{112}{7}\right)$  เพราะมีค่าเท่ากับ  $\log_4 112 - \log_4 7$

ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ เนื่องจากอาศัยสมบัติของลอการิทึม  $\log_a M - \log_a N = \log_a\left(\frac{M}{N}\right)$  เมื่อ  $a, M, N$  เป็นจำนวนจริงบวก และ  $a \neq 1$

ซึ่งเป็นการขาดความรู้จากการใช้บทนิยาม สูตร และสมบัติ สอดคล้องกับผลการวิจัยของพรธิดา สุขกรม (2557) ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษาเขต 1 และ เขต 2 กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 397 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์แบบอัตนัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท หรือบทนิยาม

2. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์พบว่า ในข้อคำถามจากแบบทดสอบคู่ขนานข้อ 3, 4, 5, 6, 10, 11, 12 และ 13 ซึ่งตรงกับข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ข้อ 2. ข้อผิดพลาดด้านทักษะการสื่อความหมาย จากนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 235 คน พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 28.825 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เลือกตัวเลือกผิด ในการทำแบบทดสอบให้เหตุผลในการเลือก ดังนี้

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$  เป็นฟังก์ชันลด เพราะเมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้นและค่า  $y$  จะเพิ่มขึ้น ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $f(x) = \left(\frac{3}{4}\right)^x$  เป็นฟังก์ชันลด เมื่อค่า  $x$  เพิ่มขึ้นและค่า  $y$  จะลดลง

นักเรียนเลือกตัวเลือก กราฟของ  $y = a^x$  เป็นฟังก์ชันลด เพราะ  $a > 1$



ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ กราฟของ  $y = a^x$  เป็นฟังก์ชันลด เมื่อ  $0 < a < 1$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$  ตัดแกน  $y$  ที่คู่อันดับ  $(1, 0)$  เพราะแทน  $x = 1$  แล้ว  $y = 0$  จะได้กราฟตัดแกน  $y$  ที่คู่อันดับ  $(1, 0)$  ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ ตัดแกน  $y$  ที่คู่อันดับ  $(0, 1)$  เพราะแทน  $x = 0$  แล้ว  $y = 1$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  เป็นฟังก์ชันลอการิทึมที่เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $\frac{1}{4} > 0$  ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  เป็นฟังก์ชันลด เพราะ  $y = \log_a x$  เป็นฟังก์ชันลด เมื่อ  $0 < a < 1$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $y = \log_3 x$  เป็นฟังก์ชันลอการิทึมที่เป็นฟังก์ชันลด เพราะ  $3 > 1$  ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $y = \log_3 x$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เพราะ  $y = \log_a x$  เป็นฟังก์ชันเพิ่ม เมื่อ  $a > 1$

ซึ่งเป็นการขาดความรู้ด้านทักษะการสื่อความหมาย สอดคล้องกับผลการวิจัยของ ไช้มุก เลืองสุนทร (2552) ศึกษาเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2552 จำนวน 402 คน ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์ แบบอัตโนมัติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง จำนวนเต็ม ด้านการตีความด้านภาษา

3. ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์พบว่า ในข้อคำถามจากแบบทดสอบคู่ขนานข้อ 2, 7, 9,

16, 17 และ 18 ซึ่งตรงกับข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ข้อ 3. ข้อผิดพลาดในขั้นตอนการดำเนินการ จากนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 235 คน พบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนร้อยละ 41.290 จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เลือกตัวเลือกผิด ในการทำแบบทดสอบให้เหตุผลในการเลือก ดังนี้

นักเรียนเลือกตัวเลือก ถ้าแทนจำนวนจริง  $a$  ซึ่ง  $a > -2$  แล้วสมการ  $\left(\frac{4}{5}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$  เป็นจริง ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ ถ้าแทนจำนวนจริง  $a$  ซึ่ง  $a > -2$  แล้วสมการ  $\left(\frac{4}{5}\right)^a > \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$  เป็นเท็จ เพราะถ้าแทน  $a = -1$  แล้วสมการ  $\left(\frac{4}{5}\right)^{-1} < \left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$  เป็นจริง

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $3^{-2} = \frac{1}{9}$  เขียนในรูปลอการิทึมได้  $\log_{\frac{1}{9}} 3 = -2$

ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $3^{-2} = \frac{1}{9}$  เขียนในรูปลอการิทึมได้  $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right) = -2$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $\log 2810 = 3 \times 0.4487$  เพราะ  $\log 2810$  มีค่าเท่ากับ  $3 \times 0.4487$  ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\log 2810 = \log (2.81 \times 10^3) = \log 2.81 + \log 10^3 = 3 + 0.4487$

นักเรียนเลือกตัวเลือก  $\log_a (3x+4) = 2$  เมื่อ  $3x + 4 > 0$  เพราะค่า  $x$  หาค่าได้ เมื่อ  $-1 < a < 0$  และ  $a > 0, a \in \mathbb{R}$  และ  $a \neq 0$  ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\log_a (3x+4)$  เมื่อ  $3x + 4 > 0$  เพราะ  $x$  หาค่าได้ เมื่อ  $0 < a < 1$  และ  $a > 1$

ซึ่งเป็นการขาดความรู้ในขั้นตอนการดำเนินการ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ น้ำผึ้ง





บุญเกียรติ (2561) ศึกษา เรื่อง การวินิจฉัย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัด คณะกรรมการการอุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร ซึ่งกลุ่มตัวอย่างมีจำนวน 319 คน คำนวณ จากสูตร Yamane (1967) ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และเลือกมาโดยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม จาก 3 โรงเรียน ผลการวิจัย พบว่า มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนทางการเรียนของนักเรียนระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนในสังกัดคณะกรรมการการ อุดมศึกษา กรุงเทพมหานคร พบว่านักเรียนมี มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านข้อบกพร่องจากชั้น ตอนการดำเนินการร้อยละ 46.08

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัย ไปใช้

1.1 ผลจากการวิจัยในครั้งนี้ แสดงให้เห็นลักษณะข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นกับนักเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ที่พบจากการวิจัยในเรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม ดังนี้ ลักษณะที่ 1. ข้อผิดพลาดในการใช้บทนิยาม สูตร และสมบัติ ลักษณะที่ 2. ข้อผิดพลาดด้าน

ทักษะการสื่อความหมาย และลักษณะที่ 3. ข้อ ผิดพลาดในขั้นตอนการดำเนินการ ดังนั้น ผู้สอน ควรใช้ข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นเหล่านี้ เป็นแนวทาง ในการจัดการเรียนการสอน เพื่อพัฒนาผู้เรียน ให้เต็มตามศักยภาพ

1.2 จากการสัมภาษณ์นักเรียนในการ ให้เหตุผลการเลือกตัวเลือกผิด ครูผู้สอนสามารถ นำข้อบกพร่องที่ได้จากการสัมภาษณ์นั้น มา ปรับปรุงในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้มี ประสิทธิภาพมากขึ้น

### 2. ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้ง ต่อไป

2.1 ควรขยายขอบเขตของการวิจัย ให้ ครอบคลุมหลักสูตรในการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำ ผลการวิจัยเป็นแนวทางในการสร้างแบบเรียนหรือ แบบฝึกหัดในการพัฒนาผู้เรียนได้

2.2 สามารถสร้างแบบทดสอบคู่ขนานเพื่อ วินิจฉัยข้อบกพร่องและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน โดยใช้ขั้นตอนการสร้างเครื่องมือเช่นเดียวกับงาน วิจัยฉบับนี้ ซึ่งสามารถยืนยันผลการวิจัยด้วย ความสอดคล้องของการตอบแบบทดสอบที่มีความ เชื่อถือได้ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบ ทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในระดับชั้นต่างๆ ใน เนื้อหาวิชาอื่นๆ เพื่อปรับปรุงและพัฒนาการเรียน การสอนในระดับชั้นอื่นๆ ได้

## เอกสารอ้างอิง

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่ง จำกัด.
- ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1*. วิทยานิพนธ์ ค.ม., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.



- น้ำผึ้ง บุญเกียรติ. (2561). การวิจัยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดคณะกรรมการการอุดมศึกษากรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ ศษ.ม., มหาวิทยาลัยรามคำแหง, กรุงเทพฯ.
- พรธิดา สุขกรม. (2557). การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2. วิทยานิพนธ์ ค.ม., จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.
- สิริพร ทิพย์คง. (2556). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สิริพร ทิพย์คง. (2558). มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ความรู้คณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- อัมพร ม้าคะนอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Ahamann, S. J., & Marin, D. G. (1975). *Evaluating pupil growth principle of tests and measurement* (3<sup>rd</sup> ed.). New York: Allyn and Bacon.
- Sliff, L. V., & Curcio, F. R. (1999). *Developing mathematical reasoning in grades K-12*. National Council of Teachers of mathematics. Virginia.
- Brown, D. V. (1992). Using examples and analogies to remediate misconceptions in Physics: Factors influencing change. *Science Journal: Teaching and Research*, 29, 17-34.